ANEXO 8. FICHAS DE TAREAS PARA EL TEMA FUNCIÓN EXPONENCIAL

En este documento, describimos la tarea diagnóstica y las tareas de aprendizaje para el tema función exponencial. En primer lugar, presentamos la tarea diagnostica. Luego, describimos las tareas de aprendizajes teniendo en cuenta los elementos de una tarea matemática escolar considerados para este módulo. Los elementos de la tarea matemática escolar son (a) sus requisitos, (b) su meta, (c) su formulación, (d) los materiales y recursos incluidos en ella, (e) los tipos de agrupamientos utilizados, (f) las formas de interacción que promueve y (g) su temporalidad.

1. TAREA DIAGNOSTICA

A continuación, encontramos la tarea diagnóstica que se divide en cinco apartados en los que pretendemos abordar los diferentes grupos de conocimientos previos. De esta manera, los apartados 1 y 3 contribuyen al repaso de funciones y la traducción entre sus sistemas de representación. Mientras que, el apartado 2 aporta a la definición de funciones que modelan datos suministrados. Del mismo modo, el apartado 4 evalúa las propiedades de las potencias. Los apartados 5, 6 y 7 llevan a los estudiantes a revisar el concepto y elementos que caracterizan las progresiones aritméticas y geométricas. Por último, el apartado 8 explora el análisis del comportamiento de algunas funciones.

Tarea diagnóstica

1. Los paracaídas son dispositivos utilizados para reducir la velocidad del movimiento de los objetos. Los paracaídas se utilizan normalmente para retardar el movimiento de caída de objetos, pero también pueden ser utilizados para reducir la velocidad con que se mueven horizontalmente objetos tales como coches de carreras. El paracaídas moderno ha evolucionado a lo largo de varios siglos. Se cree que los acróbatas chinos utilizaban paracaídas en sus actos ya en las décadas del año 1300. Leonardo Da Vinci esbozo diseños para un paracaídas en forma de pirámide, a mediados del siglo XV. La primera vez que un humano empleo un paracaídas fue

en realidad a mediados del siglo XVI por Fausto Vrancic, un inventor croata. Llamó a su invento Homo Volans o el hombre que vuela. En realidad, probó su paracaídas en 1617, saltando desde una torre en Venecia. Andrew Garnerin fue la primera persona en expediente de usar un paracaídas que no poseían marco rígido. Utilizó su paracaídas para saltar de globos de aire caliente desde una altura de 2.450 m. También fue la primera persona en incluir un respiradero en el dosel para reducir la inestabilidad. Estamos más familiarizados con los paracaídas en la actualidad, puesto que no comenzaron a tomar forma hasta el siglo XVIII.

El docente organiza grupos de 4 estudiantes cada uno y con algunos días de anterioridad les entrega una guía para que elaboren 2 paracaídas de forma circular, que deberán construir con bolsas plásticas, de 20 y 40 centímetros de radio, respectivamente. Estos, deben estar provistos de seis cuerdas atadas al círculo y distribuidas uniformemente a su alrededor. En el extremo libre de la cuerda, sujetan un pequeño muñeco.

Al momento de iniciar la implementación de la unidad didáctica, cada grupo debe realizar las siguientes actividades para cumplir con este apartado de la tarea.

a) Los estudiantes toman un paracaídas y lo dejan caer desde las diferentes alturas planteadas en la tabla1, registrando el tiempo empleado en llegar al suelo; luego, toman el otro paracaídas y realizan el mismo procedimiento que con el primero. Posteriormente los estudiantes consignan en la tabla 1 los datos obtenidos.

Tabla 1
Información recolectada en la actividad del paracaídas

Altura de la caída	Tiempo de caída Paracaídas A	Tiempo de caída Paracaídas B
1 m.		
2 m.		
3 m.		
4 m.		
5 m.		
6 m.		
7 m.		
8 m.		

b) Basados en la tabla anterior, cada grupo construye sendos planos cartesianos para representar gráficamente las situaciones planteadas.

2. Patricia tiene baldosas rojas y negras (TIMMS, 2011, p. 9). Ella usa esas baldosas para hacer formas cuadradas, como se muestra en la figura 1.

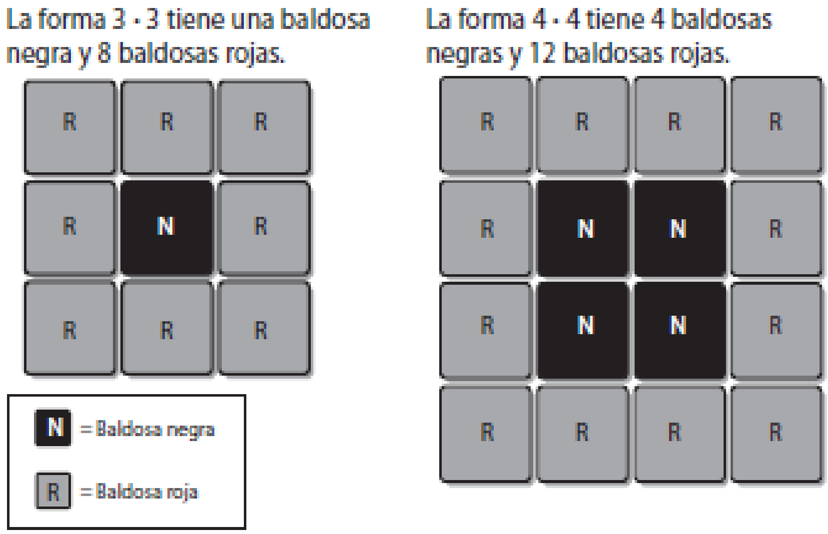

Figura 1. Cuadrados realizados por Patricia

La tabla 2, muestra el número de baldosas para las primeras tres formas que hizo Patricia. Ella continúo haciendo forma usando este patrón. Completa la tabla para las formas 6·6 y 7·7.

Tabla 2
Características de las formas construidas por Patricia

Forma	Número de baldosa negras	Número de baldosas rojas	Número total de baldosas
3·3	1	8	9
4·4	4	12	16
5·5	9	16	25
6·6	16		
7·7	25		

Usa el patrón de la tabla anterior para responder las siguientes preguntas.

a) Patricia hizo una forma con un total de 64 baldosas, ¿Cuántas eran negras y cuantas eran rojas?

Respuesta _____________ baldosas negras y _____________ baldosas rojas.

b) Patricia hizo una forma usando 49 baldosas negras. ¿Cuántas baldosas rojas usó Patricia para hacer esta forma?

Respuesta _____________ baldosas rojas.

c) Después, Patricia hizo una forma usando 44 baldosas rojas. ¿Cuántas baldosas negras necesitaría para completar la parte negra de la forma?

Respuesta _____________ baldosas negras.

d) Patricia quería agregar una fila a la tabla para mostrar cómo se encuentra el número de baldosas para hacer un cuadrado de cualquier tamaño. Usa el patrón de la tabla 2 para ayudarte a completar la fila de la forma $n \cdot n$ que se muestra en la tabla 3.

Tabla 3
Generalización de las formas construidas por Patricia

Forma	Número de baldosa negras	Número de baldosas rojas	Número total de baldosas
$n \cdot n$	$(n-2)^2$		

3. En la figura 2, la línea continua (-------) muestra la fabricación de automóviles de la Compañía de Autos UN durante un día en particular. Mientras que, la línea punteada (- - - -) muestra cuál sería el número total de automóviles fabricados si el ritmo de producción fuera constante (TIMMS, 2011, p. 101).

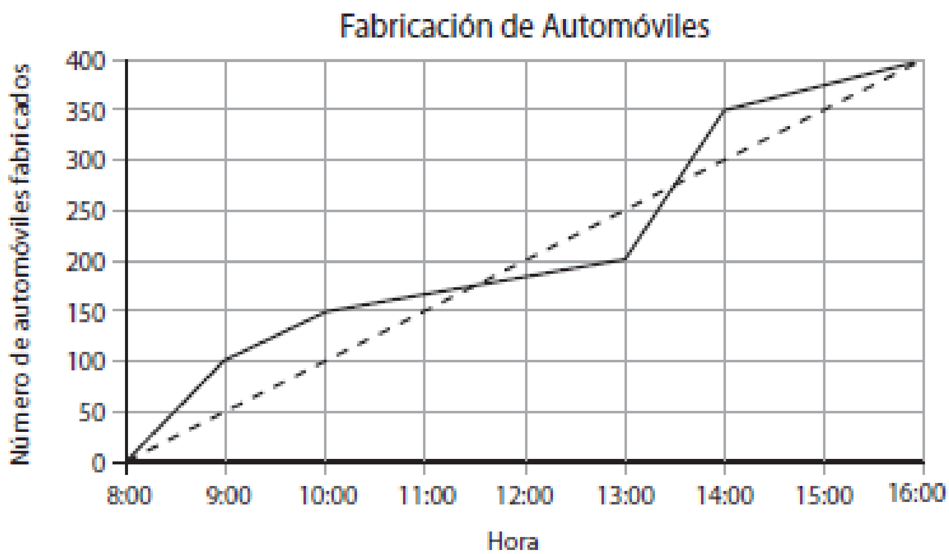

Figura 2. Producción de automóviles en la Compañía de Autos UN

Ahora responda las siguientes preguntas,

a) ¿A qué hora aproximadamente había un total de 150 automóviles fabricados?

Respuesta; ________________

b) ¿Cuál fue el número promedio de automóviles fabricados por hora en ese día?

Respuesta; ________________

c) ¿Entre qué horas se fabricó el mayor número de automóviles?

Respuesta; Entre ____________ y ___________

4. Dibuja un triángulo equilátero de 16 cm de lado. Une los puntos medios de sus lados. ¿Cuántos triángulos obtienes? ¿Cuánto miden sus lados? En estos triángulos, vuelve a unir los puntos medios, y así sucesivamente. Escribe las sucesiones siguientes, analiza si son progresiones y calcula su término general: a) Número de triángulos que tiene cada vez. b) Longitudes de los lados de estos triángulos.

5. Dibuja un cuadrado de 8 cm de lado. Une los puntos medios de sus lados para generar un cuadrilátero interior y halla su área. En este cuadrilátero, vuelve a unir los puntos medios, y así sucesivamente. a) Encuentra las áreas de los cinco primeros cuadrados de esta sucesión. ¿Qué tipo de progresión es? ¿Cuál es el término general? b) Calcula la suma de las áreas de los infinitos cuadrados generados de esta forma.

1.2. Nueva versión de las tareas modificadas y su análisis

En este apartado, presentamos la versión final de las tareas de aprendizaje. Asimismo, anexamos sus previsiones.

Tarea 1.1 Cadena de mensajes

A continuación, realizamos la descripción de la tarea Cadena de mensajes.

1. Requisitos. Los estudiantes de grado noveno tienen las capacidades necesarias para realizar diversas representaciones de la relación entre las variables de una función lineal, cuadrática o cúbica. Asimismo, consideramos que los estudiantes en este grado de escolaridad, logran interpretar información del diagrama que representa la situación problema. Además, ellos están en capacidad de proponer otras formas de mostrar la información. Por ejemplo, los estudiantes pueden hacer la representación mediante tablas de valores, gráficos en el plano cartesiano y diagramas pictóricos principalmente. También, esperamos que realicen inducciones conservando las regularidades del problema y de las variables involucradas en el mismo. Así, los estudiantes pueden proponer un diagrama de árbol como la estrategia para deducir la información que les permita resolver los cuestionamientos planteados.

2. *Metas.* La tarea tiene como propósito que los estudiantes activen las capacidades matemáticas fundamentales de comunicación, matematización, razonamiento y argumentación, representación y diseño de estrategias para resolver problemas. A su vez, pretendemos que los estudiantes activen en gran medida el proceso matemático de formular.

3. *Formulación de la tarea matemática escolar*

El profesor presenta la siguiente situación a sus estudiantes de grado noveno. Él formula la tarea de aprendizaje a todo el grupo. Inicialmente, introduce la variable independiente como el tiempo y la variable dependiente como el número de personas que intervienen en la situación problema.

Un mensaje es enviado por whatsApp a una persona, quien a su vez lo reenvía a tres personas después de una hora de recibirlo, momento en que el mensaje solicita ser reenviado a tres contactos. Estas personas harán lo mismo al recibirlo. De esta forma, la cadena de mensajes se sigue difundiendo, con la restricción que cada persona solamente recibirá una vez el mensaje, debido a un código encriptado que bloquea nuevas entradas de este mensaje al celular que ya lo recibió. A continuación, organicen grupos de tres estudiantes y resuelvan las siguientes preguntas, teniendo en cuenta la información anterior.

a) Determinen la variable dependiente y la variable independiente en la representación de la situación.

b) Elaboren una representación que ilustre la forma en que se propaga el mensaje. Pueden emplear diferentes insumos.

c) Organicen en una tabla los valores que relacionan la variable dependiente con la variable independiente para las primeras 8 horas a partir de la primera difusión del mensaje.

d) Realicen una representación gráfica en el plano cartesiano con los valores obtenidos en el literal c. Pueden utilizar Geogebra para este procedimiento.

e) Si el primer mensaje se envió a las siete de la mañana, ¿Cuántas personas lo recibirán a las 2:00 p.m.?

f) ¿Cuántas horas deben transcurrir desde que se envió el primer mensaje para que a esa hora lo reciban 243 personas?

g) Planteen una ecuación matemática en la que se relacionen las variables que actúan en el ejercicio y comprueben que satisface los valores obtenidos en los literales c al f.

4. *Materiales y recursos*. Los estudiantes dispondrán de papel de colores, un pliego de papel bond y marcadores para representar el diagrama de ramificaciones u otra representación. Los estudiantes también podrán realizar su representación en el computador, al acudir a cualquier programa informático que les pueda servir para conseguir con el propósito.

5. Agrupamiento. Organizamos grupos de trabajo conformados por tres estudiantes. Ellos interactúan para resolver los cuestionamientos planteados en la tarea, para ello, tendrán a su alcance recursos tecnológicos y de manipulación, puesto que pueden recortar figuras trazadas en papel de colores para representar la difusión del mensaje.

6. Interacción y comunicación en clase. El material y los recursos fomentan la interacción entre los estudiantes, porque la tarea propone desde el inicio grupos de trabajo, para analizar una información presentada en la tarea y resolver a partir de la misma, los cuestionamientos propuestos. También, propiciamos la interacción con el docente en la medida que los estudiantes requieran aclarar dudas e inquietudes.

7. *Temporalidad de la tarea matemática escolar.* La tarea se desarrolla en cuatro momentos y en un tiempo de 1 hora de clase de 60 minutos. En la primera parte de la clase, el profesor pre-

senta la actividad a los estudiantes. Luego, el profesor organiza los grupos de tres estudiantes de acuerdo con sus necesidades e intereses. Inmediatamente, el profesor da inicio a la actividad facilitando un tiempo prudencial para su desarrollo. Una vez se cumple el tiempo asignado, cada grupo socializa su trabajo. Después, el profesor realiza aclaraciones y dudas que surgieron con el tema, hace las correcciones pertinentes y emite las conclusiones.

Previsiones de la tarea cadena de mensajes

A continuación, presentamos las previsiones de la tarea cadena de mensajes mediante su grafo de secuencias de capacidades y listado de ayudas.

8. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea cadena de mensajes

En la figura 3, presentamos el grafo de secuencias de capacidades de la tarea denominada mensajes en cadena.

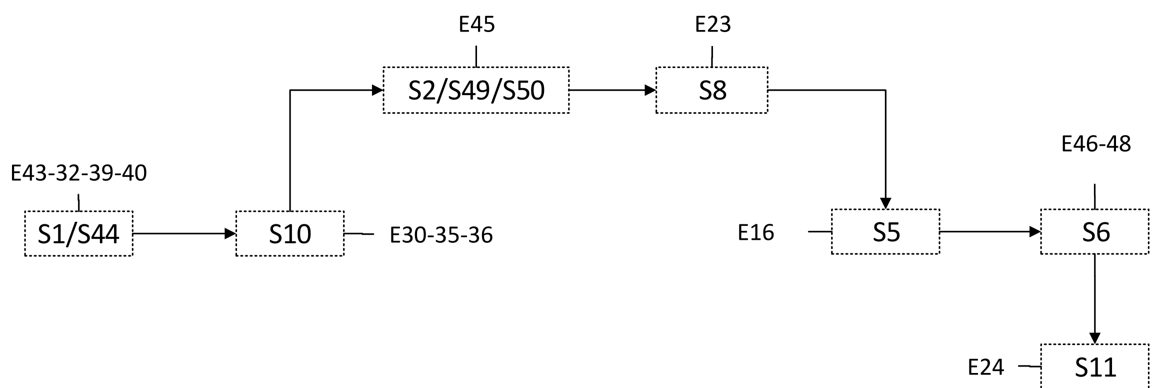

Figura 3. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea mensajes en cadena

6. *Tabla de ayudas para la tarea cadena de mensajes*

En la tabla 4, describimos cada una de las ayudas que proponemos para la tarea mensajes en cadena.

Tabla 4

Descripción de las ayudas para la tarea cadena de mensajes

E	A	Descripción

50	50	Elabora una tabla de valores con los datos que se obtienen de la construcción geométrica y grafíquelos en un plano cartesiano
9	9	¿Al realizar cálculos con la operación aritmética asignada, los resultados son válidos?
10	10	Observa de acuerdo a los signos que tipos de operaciones intervienen en una expresión exponencial
23	23	¿Qué ocurre si asignas valores más pequeños o más grandes para la función exponencial, a los que están en la tabla y los reemplazas para obtener su resultado?
30	30	Efectúe caracterizaciones de los términos que conforman una función exponencial, identifica sus partes con el nombre que le corresponde
31	31	Reemplaza en la función la variable independiente por valores decimales y coloca sus resultados en un plano cartesiano
32	32	¿Qué ocurre al establecer cocientes entre las componentes de las parejas ordenadas?

35	35	Consulta la ecuación de la función lineal y establezca que diferencias existen comparada con la función exponencial
36	36	¿La función $f(x) = a^x$ tiene el mismo comportamiento que la función $f(x) = ax$?
39	40	El docente aclara porque la base debe ser una cantidad constante y no variable
40	41	El docente indica, el por qué un exponente no puede ser constante únicamente
43	44	Para la solución del problema, ¿tuviste en cuenta todos los datos suministrados?
44	45	Identifica los parámetros de la función exponencial y caracterízalos por su objetivo dentro de la ecuación
45	46	Construya la gráfica con los datos suministrados y establezca el tipo de función a que corresponde
46	47	El grupo interactúa con el docente para aclarar la conexión entre enunciado y respuesta
48	49	Consulta diferentes expresiones y datos que pueden aportar a la solución de un problema

Nota. E: error; A: ayuda

Tarea 1.2 Población de conejos

A continuación, realizamos la descripción de la tarea Población de conejos.

1. *Requisitos*

La tarea realiza en su primera parte, una inducción a la representación geométrica de un modelo de crecimiento exponencial. Por esta razón, requiere que los estudiantes sigan instrucciones en la resolución de este apartado. En la segunda parte de la tarea, los estudiantes realizaran traducciones del sistema numérico al tabular y gráfico respectivamente. Consideramos que los estudiantes lograran la elaboración de las representaciones sin dificultadas, por lo que, esperamos que la tarea enfatice en el análisis que en las mismas representaciones.

7. *Metas*

Pretendemos que la tarea estimule la activación de las capacidades matemáticas diseño de resolución de problemas, matematización, comunicación, y razonamientos y argumentación. Así, procuramos que los estudiantes desarrollen el proceso matemático de formular con la solución de la tarea. En cuanto el objetivo de aprendizaje, consideramos que el uso de diferentes sistemas de representación y sus traducciones, despliega diversas estrategias de formulación de las situaciones de crecimiento exponencial.

8. Formulación de la tarea matemática escolar

Imagina que en un parque natural tenemos una pareja de conejos y es el 1 de enero. Ahora imagina que la población de conejos se duplica cada día.

a. Ahora, en grupo de tres estudiantes, asuman que el rectángulo en las siguientes instrucciones representa el área total del parque, que a 31 de diciembre está totalmente cubierto por conejos.

- En la figura 4, colorea la porción del área del parque que estaría llena de conejos el 30 de diciembre.

Figura 4. Porción del parque que llenarían los conejos el 30 de diciembre

- En la figura 5, colorea la porción del área del parque que estaría llena de conejos el 29 de diciembre.

Figura 5. Porción del parque que llenarían los conejos el 29 de diciembre

- En la figura 6, colorea la porción del área del parque que estaría llena de conejos el 28 de diciembre.

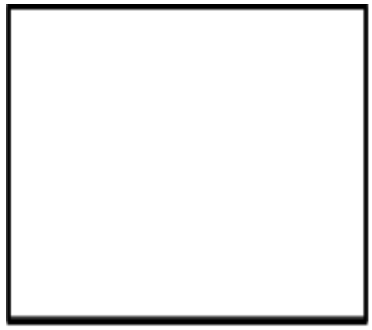

Figura 6. Porción del parque que llenarían los conejos el 28 de diciembre

- En la figura 7, colorea la porción del área del parque que estaría llena de conejos el 27 de diciembre.

Figura 7. Porción del parque que llenarían los conejos el 27 de diciembre

- En la figura 8, colorea la porción del área del parque que estaría llena de conejos el 26 de diciembre.

Figura 8. Porción del parque que llenarían los conejos el 26 de diciembre

- En la figura 9, colorea la porción del área del parque que estaría llena de conejos el 25 de diciembre.

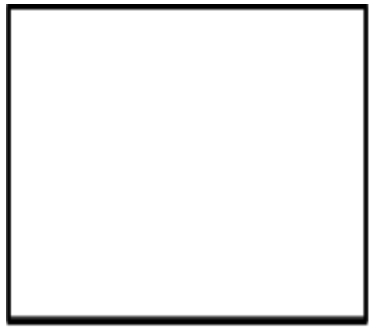

Figura 9. Porción del parque que llenarían los conejos el 25 de diciembre

b. De otra parte, indiquen cómo calcularías la cantidad de conejos que nacen en el parque para el día 5 de enero.

c. De la misma manera que calculaste la respuesta del punto anterior, completa los datos de la tabla 5.

Tabla 5
Relación de conejos respecto al número de días

Día de enero	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cantidad de conejos									

d. Representa en un plano cartesiano los datos encontrados en la tabla anterior.

e. A partir del procedimiento que realizaron en el literal a, c o d, encuentren la expresión algebraica que representa la función propuesta por el problema

9. Materiales y recursos

Los estudiantes emplean papel milimetrado o papel cuadriculado como recursos para dibujar la representación geométrica. Así, el estudiante dibuja en el material el área ocupada por los conejos en rectángulos de áreas $A = l * l$ y $A = 2l * l$, realizando el proceso en forma repetitiva e indefinida. De esta forma, los estudiantes acceden a un diseño de fina textura, fácil interpretación y sobre todo, atractivo para su aprendizaje.

10. Agrupamiento

Organizamos grupos de trabajo conformados por tres estudiantes. Ellos interactúan para resolver los cuestionamientos planteados en la tarea, para ello, tendrán a su alcance recursos tecnológicos y de manipulación, puesto que pueden recortar figuras trazadas en papel de colores para representar la difusión del mensaje.

11. Interacción y comunicación en clase

El material y los recursos fomentan la interacción entre los estudiantes, porque la tarea propone desde el inicio grupos de trabajo, para analizar una información presentada en la tarea y resolver a partir de la misma, los cuestionamientos propuestos. También, propiciamos la interacción con el docente en la medida que los estudiantes requieran aclarar dudas e inquietudes.

12. Temporalidad de la tarea matemática escolar

La tarea se desarrolla en cuatro momentos y en un tiempo de 80 minutos. En la primera parte de la clase, el profesor presenta la actividad a los estudiantes. Luego, el profesor organiza los grupos de tres estudiantes de acuerdo con sus necesidades e intereses. Inmediatamente, el profesor da inicio a la actividad facilitando un tiempo prudencial para su desarrollo. Una vez se cumple el tiempo asignado, cada grupo socializa su trabajo. Después, el profesor realiza aclaraciones y dudas que surgieron con el tema, hace las correcciones pertinentes y emite las conclusiones.

Previsiones de la tarea Población de conejos

A continuación, presentamos las previsiones de la tarea cadena de mensajes mediante su grafo de secuencias de capacidades y listado de ayudas.

13. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea Población de conejos

En la figura 10, presentamos el grafo de secuencias de capacidades de la tarea denominada Población de conejos.

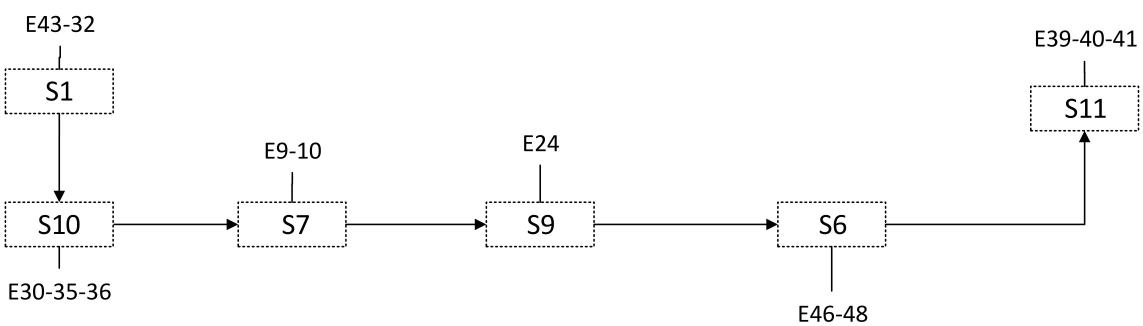

Figura 10. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea Población de Conejos

14. Tabla de ayudas para la tarea cadena de mensajes

En la tabla 6, describimos cada una de las ayudas que proponemos para la tarea mensajes en cadena.

Tabla 6

Descripción de las ayudas para la tarea cadena de mensajes

E	A	Descripción

50	50	Elabora una tabla de valores con los datos que se obtienen de la construcción geométrica y grafíquelos en un plano cartesiano
9	9	¿Al realizar cálculos con la operación aritmética asignada, los resultados son válidos?
10	10	Observa de acuerdo a los signos que tipos de operaciones intervienen en una expresión exponencial
23	23	¿Qué ocurre si asignas valores más pequeños o más grandes para la función exponencial, a los que están en la tabla y los reemplazas para obtener su resultado?
30	30	Efectúe caracterizaciones de los términos que conforman una función exponencial, identifica sus partes con el nombre que le corresponde
31	31	Reemplaza en la función la variable independiente por valores decimales y coloca sus resultados en un plano cartesiano
32	32	¿Qué ocurre al establecer cocientes entre las componentes de las parejas ordenadas?

35	35	Consulta la ecuación de la función lineal y establezca que diferencias existen comparada con la función exponencial
36	36	¿La función $f(x) = a^x$ tiene el mismo comportamiento que la función $f(x) = ax$?
39	40	El docente aclara porque la base debe ser una cantidad constante y no variable
40	41	El docente indica, el por qué un exponente no puede ser constante únicamente
43	44	Para la solución del problema, ¿tuviste en cuenta todos los datos suministrados?
44	45	Identifica los parámetros de la función exponencial y caracterízalos por su objetivo dentro de la ecuación
45	46	Construya la gráfica con los datos suministrados y establezca el tipo de función a que corresponde
46	47	El grupo interactúa con el docente para aclarar la conexión entre enunciado y respuesta
48	49	Consulta diferentes expresiones y datos que pueden aportar a la solución de un problema

Nota. E: error; A: ayuda

Tarea 1.3 Torres de Hanói

A continuación, realizamos la descripción de la nueva tarea torres de Hanói.

1. *Requisitos*

Al abordar esta tarea, los estudiantes deben ser capaces de formular estrategias para la solución de la situación. Los estudiantes deben desarrollar las capacidades de razonamiento y análisis de manera que puedan optimizar el ejercicio desarrollado deduciendo cual es la mejor estrategia para realizarlo.

Los estudiantes deben ser hábiles en la representación de situaciones matemáticas mediante el uso de distintos sistemas de representación como tabla de valores, diagramas o plano cartesiano. Los estudiantes deben establecer que la situación planteada no corresponde a un crecimiento lineal o de crecimiento cuadrático. Los estudiantes demuestran sus habilidades en el manejo de operaciones matemáticas. De esta manera, los estudiantes establecen la relación de crecimiento identificada en la tarea de las torres de Hanói.

En el desarrollo de esta tarea, los estudiantes manipulan un juego didáctico. Este juego determina algunos criterios que conducen a proponer expresiones matemáticas para describir el fenómeno de crecimiento exponencial. Así las cosas, las torres de Hanói se convierten en un recurso interactivo con el que pretendemos agilizar la recolección de datos. De esta manera, esperamos se construya un modelo de crecimiento que ha de conducir a la generación del modelo de crecimiento exponencial.

15. Metas

Los estudiantes al desarrollar esta tarea deben llegar a la formulación de un modelo matemático que describa la situación propuesta. Los estudiantes deben pasar por un proceso de discernimiento en la realización de la actividad y así deducir conclusiones. En este proceso, esperamos que los estudiantes reconozcan regularidades en la manipulación de los anillos de las torres. Ellos deben describir esa situación en términos matemáticos. Para ello, esperamos que los estudiantes hagan uso de distintos elementos de representación. A partir de estas descripciones, esperamos que los estudiantes definan el modelo matemático que describe la situación propuesta.

La tarea parte de un cuento en el que presentamos a los estudiantes el desafío que presento Dios a los monjes a través de las torres de Hanói. Con el material didáctico, esperamos que los estudiantes traten de realizar la tarea propuesta a los monjes. Pretendemos que este ejercicio induzca a los estudiantes en un juego de habilidad mental, cuyo propósito es establecer una relación de crecimiento. El estudiante debe identificar que al agregar un disco de mayor dimensión, aumenta la cantidad mínima de movimientos que se deben hacer para cumplir con el objetivo de la tarea. Esperamos que la descripción de esta situación en términos matemáticos, permita a los estudiantes la formulación del modelo de crecimiento exponencial para la misma.

16. Formulación de la tarea matemática escolar

A continuación, presentamos la formulación de la tarea.

> Dice la leyenda que, al crear el mundo, Dios situó sobre la tierra tres varillas de diamante y sesenta y cuatro discos de oro. Los discos son todos de diferente tamaño e inicialmente fueron colocados en orden decreciente de diámetros sobre la primera varilla. Asimismo, Dios creó un monasterio cuyos monjes tienen la tarea de trasladar todos los discos desde la primera varilla a la tercera. A los monjes sólo se les permite mover un disco al tiempo de una varilla a otra, pero con la condición de que no se puede situar encima de un disco, otro de diámetro mayor. La leyenda también dice que cuando los monjes terminen su tarea, el mundo se acabará. Esta leyenda da origen al juego torres de Hanói. En la figura 11, presentamos un juego de las torres de Hanói para 10 discos.

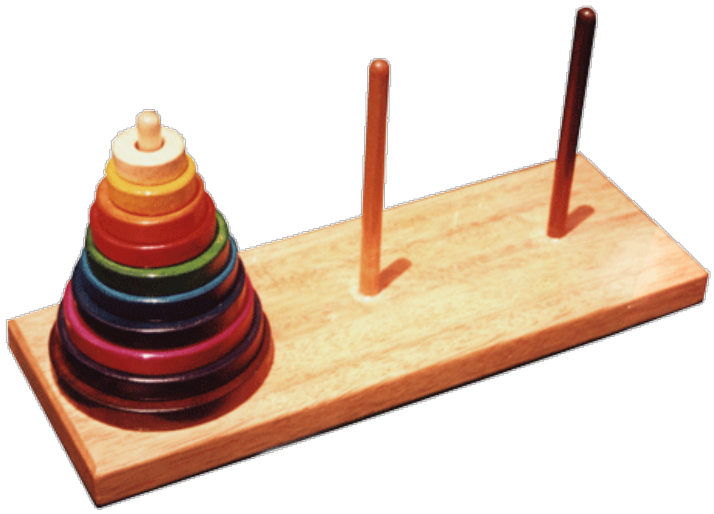

Figura 11. Torres de Hanói con 10 discos

Ahora, realicen en grupo de dos compañeros una práctica del juego torres de Hanói con 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 discos respectivamente, en la que se busca obtener el número mínimo de movimientos para cada caso. Pueden utilizar los juegos en físicos dispuestos para ello o emplear el aplicativo que simula el juego de las torres de Hanói. El simulador lo encuentran en el enlace, http://www.uterra.com/juegos/torre_Hanói.php?http://www.uterra.com/juegos/torre_Hanói.htm. Deben tener en cuenta las condiciones descritas en la leyenda. En la figura 12, presentamos el sistema de representación ejecutable que les permite seleccionar el número de discos a utilizar. También, les permite comparar la cantidad de movimientos mínimos que se pueden realizar para resolver el ejercicio con la cantidad de movimientos que se pueden realizar.

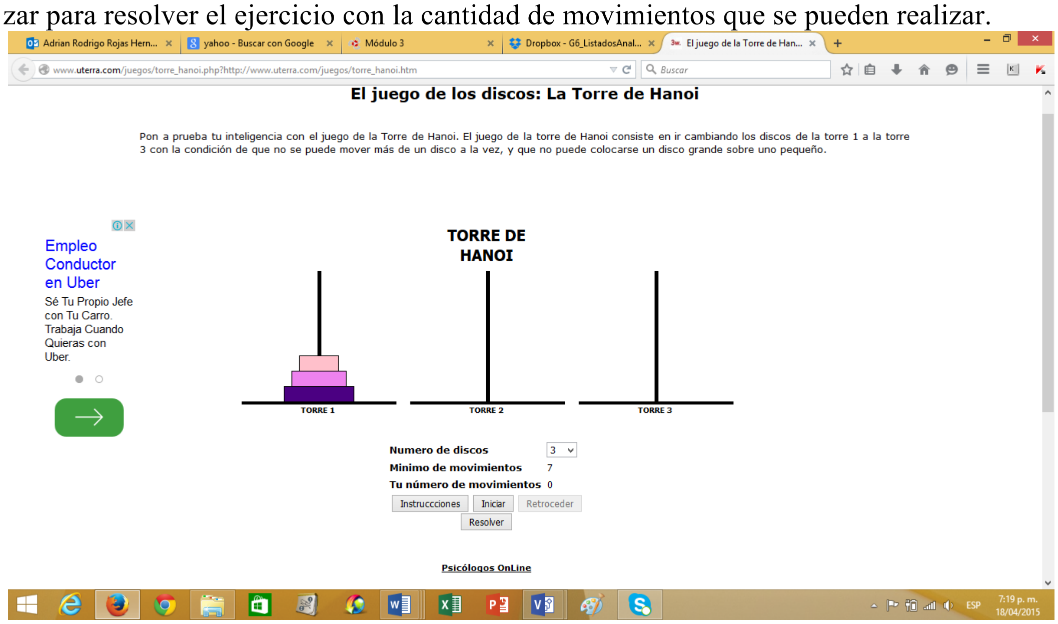

Figura 12. Simulador para el juego de las torres de Hanói

a. Usen la tabla 7 para registrar los movimientos realizados por tu compañero al realizar el ejercicio con las torres de Hanói.

Tabla 7
Relaciones entre la cantidad de discos y el número de movimientos

Cantidad de discos	1	2	3	4	5	6	7
Número de movimientos							

b. Luego, tomen los datos de la tabla anterior y realicen la representación gráfica en el plano cartesiano

c. Suponiendo que los monjes son capaces de realizar un movimiento por segundo, ¿calcula en cuánto tiempo acabará el mundo, según la leyenda?

d. A partir de los procedimientos realizados, encuentren la expresión algebraica que representa la función propuesta por el problema

17. Materiales y recursos

La tarea requiere la manipulación de las torres de Hanói. Las torres de Hanói le permite a los estudiantes abordar una situación matemática que los conduce al modelo de crecimiento exponencial. Como apoyo a este material, contamos con la manipulación de simuladores virtuales de las torres de Hanói. Los simuladores ofrecen a los estudiantes la opción de verificar que los procesos realizados con el material físico sean acertados. Los estudiantes deben lograr la construcción de un modelo de crecimiento exponencial a partir del análisis de la situación.

Las torres de Hanói son un juego didáctico que proponemos para mostrar a los estudiantes, como una situación aparentemente sencilla, les permite llegar al análisis del modelo de crecimiento exponencial. Materiales como el simulador propuesto en el punto 3 de la tarea nos permiten agilizar el desarrollo de la actividad. Además, pretendemos mostrar de forma llamativa la situación propuesta, para que el estudiante se sienta capaz de llegar a la solución de la tarea. Estos materiales muestran a los estudiantes, que las matemáticas no siempre parten de números y formulas, sino que es posible deducir estas fórmulas a partir de ejercicios aparentemente sencillos como el aquí propuesto.

18. Agrupamiento

La tarea se inicia con el trabajo en pequeños grupos. Luego, los estudiantes se organizan en un gran grupo para determinar estrategias propuestas por cada uno de los pequeños grupos. Así, los estudiantes validan el modelo propuesto por cada pequeño grupo.

19. Interacción y comunicación en clase

Los pequeños grupos la interacción entre pares permite a los estudiantes diseñar estrategias de solución. Los estudiantes desarrollan estrategias durante la resolución de la tarea, que confronte con sus compañeros. De esta forma, esperamos promover un saber colectivo que conduzca a la descripción matemática de la situación propuesta. Así las cosas, pretendemos que los grupos a través de la reflexión formulen matemáticamente el modelo que describe la situación.

20. Temporalidad de la tarea matemática escolar
Los estudiantes cuentan con una hora de clase para desarrollar la actividad. Los estudiantes dispondrán de 20 minutos para realizar las actividades manipulativas. Desde este momento, los estudiantes contaran con 10 minutos más, con el fin de emplearlos en la descripción matemática de la actividad realizada. En los 15 minutos siguientes, los estudiantes realizaran las operaciones necesarias para la construcción del modelo de crecimiento. Los estudiantes emplearan los últimos 15 minutos de la tarea para que cada grupo argumente su propuesta.

Previsiones de la tarea torres de Hanói

A continuación, presentamos las previsiones de la tarea torres de Hanói mediante su grafo de secuencias de capacidades y listado de ayudas.

21. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea torres de Hanói
En la figura 13, presentamos el grafo de secuencias de capacidades de la tarea denominada torres de Hanói.

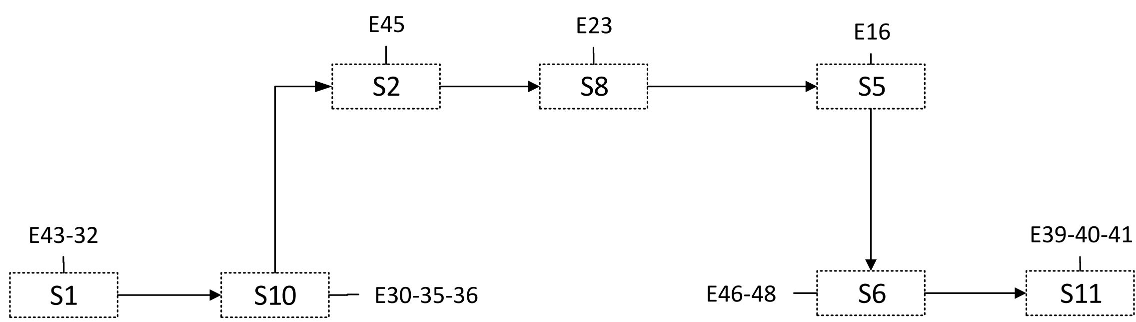

Figura 13. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea torres de Hanói

22. Tabla de ayudas para la tarea cadena de mensajes

En la tabla 8, describimos cada una de las ayudas que proponemos para la tarea torres de Hanói.

Tabla 8
Descripción de las ayudas para la tarea torres de Hanói

E	A	Descripción

9	9	¿Al realizar cálculos con la operación aritmética asignada, los resultados son válidos?
10	10	Observa de acuerdo a los signos que tipos de operaciones intervienen en una expresión exponencial
16	16	Se sugiere el uso del curvígrafo para realizar trazos de fina textura
23	23	¿Qué ocurre si asignamos valores más pequeños o más grandes para la función exponencial, de los que están en la tabla y reemplazamos para obtener su resultado?
24	24	Realiza nuevamente el cálculo del valor de la función y compara con resultados ya obtenidos
30	30	Efectúa caracterizaciones de los términos que conforman una función exponencial, identifica sus partes con el nombre que le corresponde
32	32	¿Qué ocurre al establecer cocientes entre las componentes de las parejas ordenadas?

35	35	Consulta la ecuación de la función lineal y establezca que diferencias existen comparada con la función exponencial
36	36	¿La función $f(x) = a^x$ tiene el mismo comportamiento que la función $f(x) = ax$?
39	40	El docente aclara porque la base debe ser una cantidad constante y no variable
40	41	El docente indica, el por qué un exponente no puede ser constante únicamente
43	44	Para la solución del problema, ¿tuviste en cuenta todos los datos suministrados?
45	46	Construya la gráfica con los datos suministrados y establezca el tipo de función a que corresponde
46	47	El grupo interactúa con el docente para aclarar la conexión entre enunciado y respuesta
48	49	Consulta diferentes expresiones y datos que pueden aportar a la solución de un problema

Nota. E: error; A: ayuda

T2.1 Crecimiento de población
A continuación, realizamos la descripción de la nueva tarea crecimiento de población.

1. *Requisitos*

Presentamos la tarea en un contexto cercano a los estudiantes, puesto que trata del crecimiento de la población de su municipio. Consideramos que esta tarea es de fácil comprensión para el estudiante porque suministra la información suficiente y de manera explícita en el enunciado. Los estudiantes deben leer los datos, analizarlos y emplearlos en la solución de las preguntas formuladas posteriormente.

Las preguntas están relacionadas principalmente con el uso de la expresión simbólica de la función de crecimiento exponencial $P(t) = P_o e^{r \cdot t}$. Por lo que, los estudiantes deben remitirse a sustituir valores en la expresión para representar una situación concreta. Los estudiantes deben atender a operaciones aritméticas para obtener valores solicitados que le permitirán dar solución a las preguntas. De otra parte, incorporamos el uso de Geogebra para el análisis de la función exponencial que representa la tarea. El programa es conocido por los estudiantes y pretendemos que contribuya a la activación de nuevas capacidades matemática fundamentales.

23. Metas

La tarea pretende contribuir al proceso matemático fundamental de emplear. Para ello, el estudiante se expone a un conjunto de datos que deben analizar, ordenar y comprender para constituir el modelo matemático que mediante la representación simbólica expresa el crecimiento de la población del municipio de Sibaté. Así, los estudiantes mediante operaciones aritméticas podrán inferir el comportamiento de la población en función de los años transcurridos. Se incorpora el uso de Geogebra como ayuda para examinar la situación de forma interactiva. Puesto que, la representación gráfica del modelo de crecimiento de la población, permitirá que los estudiantes activen la capacidad de simular situaciones del mundo real a través de representaciones ejecutables.

24. Formulación de la tarea matemática escolar

Los estudiantes leen y resuelven la siguiente situación como tarea de aprendizaje.

El Municipio de Sibaté, se encuentra localizado a 27 kilómetros al sureste de la sabana de Bogotá. Su área urbana corresponde a dieciséis punto nueve kilómetros cuadrados ($16.9\ km^2$). En la actualidad, el municipio de Sibaté cuenta con 38.412 habitantes[1] en el año 2015 de acuerdo con las proyecciones de población del DANE. La población que vive en la zona urbana asciende a los 25.903 habitantes.

Podemos considerar el crecimiento de la población del municipio como exponencial. Usualmente, empleamos el modelo general de crecimiento exponencial $P(t) = P_o e^{r \cdot t}$, donde P_o es la población inicial, r es la tasa de crecimiento en decimales y t es el tiempo transcurrido en años.

1. De manera individual, realiza los siguientes procedimientos

a. Obtenga el modelo de crecimiento exponencial para la población de Sibaté, si en el año 2014 el DANE reportó que la población de este municipio ascendió a 37.711 habitantes. Explique por qué este modelo es el más adecuado. Si consideras que la tasa de crecimiento exponencial obedece a la expresión $r = \frac{ln\frac{y_2}{y_1}}{t}$, tenemos que la razón de crecimiento de la población del municipio de Sibaté es $r = 0.018418081$b.

b. Realiza la representación gráfica en Geogebra para el crecimiento de la población de Sibaté durante los próximos 15 años

c. Utiliza la representación gráfica realizada en Geogebra para determinar la población aproximada de Sibaté en el año 2.050

Ahora, en grupos de tres estudiantes, resuelvan las siguientes preguntas

d. Copare su respuesta con la de sus compañeros de grupo. Determinen similitudes, diferencias y establezcan la respuesta más adecuada.

e. Si tienen en cuenta sólo la zona urbana de Sibaté, ¿en cuánto tiempo la densidad de su población será de 5.000 $habitantes/Km^2$?

---

[1] DANE. Proyecciones realizadas para el periodo 2005 – 2020. Consultado el 23 de Marzo de 2015 en: http://www.dane.gov.co/files/investigaciones/poblacion/proyepobla06_20/ProyeccionMunicipios2005_2020.xls

f. Consulten y describan las repercusiones que tiene la sobrepoblación de los centros urbanos. Luego, si el municipio de Sibaté se considera sobrepoblado cuando su densidad de población sea de $25.000\ habitantes/Km^2$, ¿cuántos años a partir del 2015 deben transcurrir para que esto ocurra?

25. Materiales y recursos

En el uso de materiales, los estudiantes acceden a Geogebra para representar gráficamente el modelo de crecimiento exponencial que modela la situación descrita en la tarea. El material es asequible a ellos porque la institución lo ha venido usando. Es decir, tanto el profesor como los estudiantes reconocen las potencialidades que ofrece para analizar funciones y no requieren de una preparación adicional para usarlo en la tarea. Asimismo, el material no demanda tiempo adicional que pueda afectar el desarrollo de la unidad didáctica. Por el contrario, Geogebra permite que los estudiantes realicen de forma fácil y rápida el análisis del comportamiento de la función exponencial que representa la situación expuesta en la tarea. Por ejemplo, el papel milimetrado requiere de más tiempo que Geogebra para realizar la representación gráfica. Así, los estudiantes dedicando más tiempo a la representación mecánica de la función que a la interpretación, razonamiento y argumentación de su comportamiento. Por esta razón, creemos que Geogebra contribuye a la activación de las capacidades matemáticas fundamentales de razonamiento y argumentación, utilización de herramientas matemáticas y representación.

Consideramos que Geogebra es compatible con las demandas cognitivas de los estudiantes al incorporarlo en esta tarea. Puesto que, el material tiene como función apoyar la representación gráfica del modelo matemático para que los estudiantes dispongan de más tiempo para el análisis de su comportamiento. Así las cosas, Geogebra es un material que al incorporarlo a la tarea se adapta a los conocimientos previos de los estudiantes y se convierte en un desafío en contraste a la representación gráfica de funciones que usualmente se hace en papel milimetrado. De otra parte, si los estudiantes usan Geogebra en la representación gráfica fácilmente pueden identificar errores o argumentos equívocos mediante la manipulación de los términos de la función. Porque, Geogebra ofrece cambios dinámicos con la manipulación de los elementos de la función o la programación de deslizadores. Los errores identificados por los estudiantes se pueden socializar con el gran grupo y consensuar apreciaciones. De esta forma, los estudiantes se motivan a indagar en el análisis de la situación estudiada en la tarea e incluso proponer modificaciones que resultaran de la manipulación del modelo a través de Geogebra. Igualmente, el material centrara el interés del estudiante en el estudio de fenómenos de crecimiento exponencial y desarrollara su curiosidad por el conocimiento de su comportamiento. De manera que, Geogebra también contribuye al desarrollo de las expectativas de tipo afectivo.

26. Agrupamiento

La tarea esta propuesta para que los tres primeros numerales sean resueltos de manera individual y los tres restantes en pequeños grupos de tres estudiantes.

27. Interacción y comunicación en clase

La tarea propone la agrupación descrita previamente con el fin de generar interacción durante todos los momentos de su desarrollo, primero entre los estudiantes y luego con el docente. Aunque la primera parte de la tareas es individual, los estudiantes al conformar los grupos interactúan comparando los resultados obtenidos y posteriormente lo harán con el profesor al consultar las diferentes encontradas. De esta manera, encontramos que aparecen capacidades relacionadas con la socializar, comparar y argumentar los procedimientos y resultados obtenidos.

28. Temporalidad de la tarea matemática escolar

La tarea se desarrolla en tres momentos de acuerdo con la formulación. En el primer momento, el profesor describe la información acerca del municipio de Sibaté y enuncia las preguntas en un tiempo de 10 minutos aproximadamente. En el segundo momento, los estudiantes resuelven las primeras tres preguntas acudiendo a la información suministrada y a Geogebra. Para ello, los estudiantes contaran con 20 minutos. Finalmente, los estudiantes conforman grupos de a tres personas para resolver, discutir los resultados y consultar acorde con las tres últimas preguntas. La clase se desarrolla en un dialogo constante entre los estudiantes y el docente entorno a la situación expuesta en la tarea.

Previsiones de la tarea crecimiento de población

A continuación, presentamos las previsiones de la nueva tarea crecimiento de población mediante su grafo de secuencias de capacidades y el listado de ayudas.

29. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea crecimiento de población

En la figura 14, presentamos el grafo de secuencias de capacidades de la tarea denominada crecimiento de población.

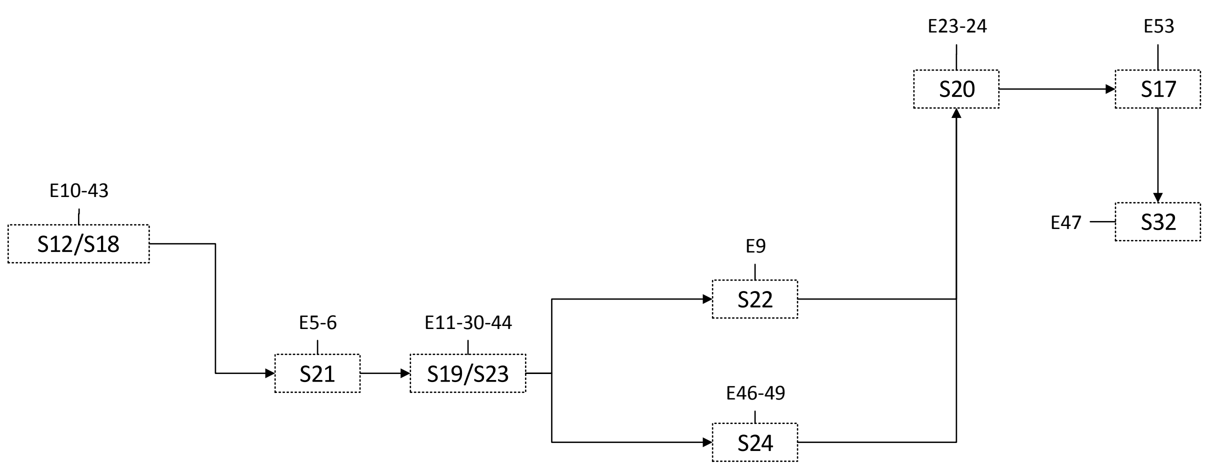

Figura 14. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea crecimiento de población

30. Tabla de ayudas para la tarea crecimiento de población

En la tabla 9, describimos cada una de las ayudas que proponemos para la tarea crecimiento de población.

Tabla 9
Descripción de las ayudas de la tarea crecimiento de población

E	A	Descripción
6	6	¿Da el mismo resultado multiplicar la base por el exponente, que multiplicar tantas veces la base como lo indique el exponente?
9	9	¿Al realizar cálculos con la operación aritmética asignada, los resultados son válidos?
10	10	Observa de acuerdo a los signos que tipos de operaciones intervienen en una expresión exponencial
11	11	Observa la manera como crecen los valores en el eje X y la manera como crecen en el eje Y, y verifica que tipo de operación aritmética regula cada eje
23	23	¿Qué ocurre si asignamos valores más pequeños o más grandes para la función exponencial, a los que están en la tabla y reemplazas para obtener tu resultado?
30	30	Efectúa caracterizaciones de los términos que conforman una función exponencial, identifica sus partes con el nombre que le corresponde
32	32	¿Qué ocurre al establecer cocientes entre las componentes de las parejas ordenadas?

Tabla 9

Descripción de las ayudas de la tarea crecimiento de población

E	A	Descripción
34	34	Realiza sustituciones que te permitan determinar que sucede cuando a toma valores positivos
42	43	¿Es $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, una función exponencial creciente? En caso afirmativo, su crecimiento es vertiginoso; es decir, ¿crece rápidamente?
44	45	Identifica los parámetros de la función exponencial y caracterízalos por su objetivo dentro de la ecuación
46	47	El grupo interactúa con el docente para aclarar la conexión entre enunciado y respuesta
48	49	Consulta diferentes expresiones y datos que pueden aportar a la solución de un problema
49	50	El docente interviene en la solución del problema y mediante aclaraciones a los estudiantes, los encamina en búsqueda de una nueva forma de resolver la situación planteada
51	51	¿Qué representación gráfica se obtiene para una función exponencial creciente? Revise las instrucciones digitadas en el programa para hacer la representación gráfica.
52	52	¿Cuál es la representación gráfica de la función exponencial creciente? Por qué la representación gráfica realizada no coincide con la expuesta.
52	53	¿Cuál es el comportamiento de los valores de la función exponencial en una tabla?
53	54	El docente retoma las preguntas de la tarea e induce a resolverla de acuerdo al enunciado. Él recuerda a los estudiantes aspectos que caracterizan la función exponencial
54	55	El docente lleva a que los compañeros sustenten sus respuestas y concluyan las inconsistencias expuestas

Tabla 9
Descripción de las ayudas de la tarea crecimiento de población

E	A	Descripción

Nota. E: error; A: ayuda

T2.2 Crédito estudiantil
A continuación, realizamos la descripción de la tarea crédito estudiantil.

1. *Requisitos*

El contexto de la tarea se relaciona con la matemática financiera. El estudiante puede utilizar el concepto de interés compuesto para desarrollar el modelo exponencial del valor del dinero en el tiempo. Las instrucciones paso a paso le van dando la guía al estudiante para que logre llegar a plantear la representación simbólica de la función utilizada. Posteriormente, el estudiante debe emplear la función exponencial encontrada en los sistemas de representación para resolver algunas preguntas. El profesor solicita a los estudiantes que utilicen una plantilla de Excel para la realización de una parte de la tarea.

31. Metas.

Pretendemos que el estudiante relacione cómo funciona el valor del dinero en el tiempo para una economía que se desarrolla con el uso del interés compuesto. Una vez desarrollada la representación simbólica de la función exponencial, esperamos que el estudiante la emplee en la predicción de un valor futuro de cierta cantidad de dinero. Posteriormente, los estudiantes aprecian a través del sistema de representación usado el cambio generado por el crecimiento exponencial en el valor del dinero en el tiempo.

32. Formulación de la tarea matemática escolar

El docente presenta a los estudiantes el contexto de la matemática financiera y sitúa a los estudiantes en el crédito estudiantil para el costeo de su carrera universitaria.

> El director de curso les pide a los estudiantes que vayan pensando sobre la carrera universitaria que quieren cursar y los recursos económicos necesarios para costearla. Carlos es un estudiante que quiere cursar ingeniería civil cuando termine su bachillerato. Además, Carlos quiere entender cómo funcionan los créditos otorgados por los bancos. Puesto que él no cuenta con el dinero para cancelar de contado el valor de su carrera. Buscando en un libro de la biblioteca Carlos encuentra el siguiente párrafo
>
> *"La respuesta es el interés compuesto, que funciona de la siguiente manera. El dinero se invierte en primer lugar. A continuación, a intervalos regulares (por ejemplo, mensual, trimestral o anual), el interés se otorga a la cuenta y se convierte en capital del inversor. De esta forma, los intereses ganados se devengan de los intereses previamente ganados, en otras palabras, el interés es compuesto"*
>
> El libro de la biblioteca sigue diciendo

“si se pide prestado $100 con un interés del 3% anual, al final del año se deberán $103. Para el siguiente año, estos $103 con un interés del 3% anual producen una deuda de $106,09“

Ahora, conforma grupos de tres estudiantes y ayúdenle a Carlos a resolver la situación que describe en la guía.

a. Para entender mejor el tema Carlos debe completar la tabla 10, que puede hacer con cálculos numéricos o empleando una plantilla de Excel. Ayúdale a Carlos a completar dicha tabla.

Tabla 10

Completa la tabla

Años de inversión en el banco	Balance al inicio del año en curso	Interés ganado por año (3%)	Balance al final del año en curso
1	100.00	3.00	103.00
2	103.00	3.09	106.09
3			
4			
5			

b. La tabla 11 muestra el procedimiento anterior, pero expresado de manera algebraica. Ayuda a Carlos a llenar esta tabla.

Tabla 11

Tabla con notación algebraica

Años de inversión en el banco	Balance al inicio del año en curso	Interés ganado por año (3%)	Balance al final del año en curso	
			Balance previo + Interés	Valor simplificado
1	P	0.03P	P+0.3P	P*(1.03)
2				
3				
4				
5				

Tabla 11

Tabla con notación algebraica

Años de inversión en el banco	Balance al inicio del año en curso	Interés ganado por año (3%)	Balance al final del año en curso	
			Balance previo + Interés	Valor simplificado

Finalmente, en el libro se presenta la fórmula para calcular el valor a pagar por el crédito para un dinero pedido prestado hoy y que se debe devolver en un tiempo futuro. Entonces, Carlos lee: *"La fórmula para calcular el monto a pagar al banco para cualquier año es ■■■■■■■. Donde t es el número de años que la inversión ha estado en el banco, V_P es el valor inicial invertido, V_F es el valor futuro obtenido e i es el tipo de interés expresado como un decimal"*

c. Lamentablemente el libro tiene un error de impresión y salen unos manchones raros de éste tipo:

■■■■■■■. Por favor, ayuda a Carlos a encontrar la fórmula que va en lugar de los manchones. Debe saber que el modelo propuesto debe cumplir con la información consignada en la tabla 2.

Ahora que conoce cómo funciona el interés compuesto, Carlo decide visitar dos bancos para determinar cuál le brinda mejore beneficios. En el Banco Unido le dicen a Carlos que le prestan el dinero para pagar su carrera universitaria a una tasa de interés compuesto del 12% anual y que lo debe cancelar dos años después de terminada su carrera. Así, Carlos debe tener en cuenta que su carrera universitaria dura cinco años, por lo que debe cancelar todo el dinero al séptimo año. En la Universidad Amiga le dicen a Carlos que la carrera de ingeniería civil tiene un costo de $65.000.000.

Empleando el procedimiento antes realizado

d. Ayúdale a Carlos a encontrar el total de dinero que debe cancelar al banco por los créditos adquiridos.

e. Ayúdale a Carlos a observar cómo va creciendo la deuda del dinero que le prestan. Ayúdale a representar el aumento de la deuda año por año, durante los siete años que dura el crédito.

33. Materiales y recursos

El estudiante cuenta con una guía estructurada que le entrega para la realización de la tarea. El estudiante puede utilizar las tablas o los textos presentados como guía visual y cognitiva para buscar las metas propuestas con la tarea.

Una plantilla de Excel es utilizada por el estudiante para el desarrollo de la tarea. La plantilla le permite al estudiante analizar el cambio presentado en el valor del dinero a través del tiempo. La plantilla de Excel permite desarrollar los cálculos de manera rápida y además presenta de manera amigable los datos y gráficos deseados.

Consideramos que Excel es un recurso poderoso para ser utilizado en las clases de matemáticas. El programa motiva y despierta interés por la comprensión de cálculos y realización de representaciones matemáticas en los estudiantes.

34. Agrupamiento

La tarea esta propuesta para que los tres primeros numerales sean resueltos de manera individual y los dos restantes en pequeños grupos de tres estudiantes.

35. Interacción y comunicación en clase

La tarea propone la agrupación descrita previamente con el fin de generar interacción durante todos los momentos de su desarrollo. La interacción se realiza primero entre los estudiantes y luego con el docente. Aunque la primera parte de la tareas es individual, los estudiantes al conformar los grupos interactúan comparando los resultados obtenidos y posteriormente lo harán con el profesor al consultar las diferentes encontradas.

36. Temporalidad de la tarea matemática escolar

La tarea se desarrolla en tres momentos de acuerdo con la formulación. En el primer momento, el profesor describe la información acerca la importancia de la matemática financiera en la vida diaria, y en especial sobre la importancia del cálculo de un crédito estudiantil. En el segundo momento, los estudiantes resuelven las primeras tres preguntas siguiendo la guía entregada. En éste segundo momento se espera que exista interacción con el docente para el seguimiento en la consecución de las metas propuestas.

Finalmente, los estudiantes conforman grupos de dos estudiantes para resolver y discutir los resultados obtenidos en las últimas dos preguntas. Siempre se espera que haya interacción con el docente.

Previsiones de la tarea crédito estudiantil

A continuación, presentamos las previsiones de la tarea crédito estudiantil mediante su grafo de secuencias de capacidades y el listado de ayudas.

37. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea crédito estudiantil

En la figura 15, presentamos el grafo de secuencias de capacidades de la tarea denominada crédito estudiantil.

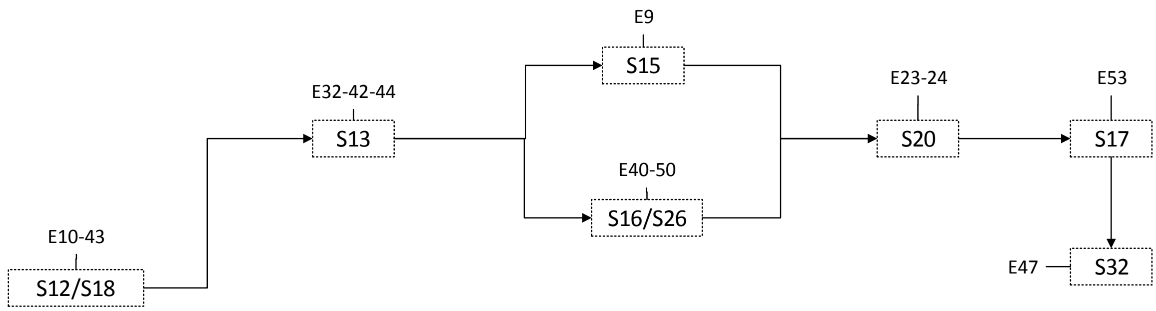

Figura 15. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea crédito estudiantil

38. Tabla de ayudas para la tarea crédito estudiantil

En la tabla 12, describimos cada una de las ayudas que proponemos para la tarea crédito estudiantil.

Tabla 12

Descripción de las ayudas de la tarea crédito estudiantil

E	A	Descripción
9	9	¿Al realizar cálculos con la operación aritmética asignada, los resultados son válidos?
10	10	Observa de acuerdo a los signos que tipos de operaciones intervienen en una expresión exponencial
32	32	¿Qué ocurre al establecer cocientes entre las componentes de las parejas ordenadas?

Tabla 12

Descripción de las ayudas de la tarea crédito estudiantil

E	A	Descripción
35	35	Consulta la ecuación de la función lineal y establezca que diferencias existen comparada con la función exponencial
36	36	¿La función $f(x) = a^x$ tiene el mismo comportamiento que la función $f(x) = ax$?
42	43	¿Es $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, una función exponencial creciente? En caso afirmativo, su crecimiento es vertiginoso; es decir, ¿crece rápidamente?
44	45	Identifica los parámetros de la función exponencial y caracterízalos por su objetivo dentro de la ecuación
46	47	El grupo interactúa con el docente para aclarar la conexión entre enunciado y respuesta
48	49	Consulta diferentes expresiones y datos que pueden aportar a la solución de un problema
49	50	El docente interviene en la solución del problema y mediante aclaraciones a los estudiantes, los encamina en búsqueda de una nueva forma de resolver la situación planteada

Nota. E: error; A: ayuda

T3.1 Producción de yogurt

A continuación, realizamos la descripción de la tarea producción de yogurt.

1. *Requisitos*

En la tarea producción de yogurt, el estudiante debe tener claro el concepto de potencia, ya que con el dato de la duplicación de las bacterias se construye el modelo deseado. El estudiante además debe poseer destreza en el manejo de los sistemas de representación, ya que se espera que emplee varios de ellos.

En la tarea es igual requerido el uso del programa Geogebra. Ya que, creemos que permite visualizar de una manera más efectiva el modelo de la función exponencial estudiada.

39. Metas

Pretendemos que los estudiantes diferencien el crecimiento exponencial de otros crecimientos como el lineal o cuadrático. El estudiante se enfrenta a un reto de describir unas funciones que presentan crecimiento exponencial para que determine las características que la diferencian de otras funciones. De manera análoga. El estudiante se enfrenta a comparar dos funciones exponenciales con un crecimiento diferente con el fin de reafirmar las características del crecimiento exponencial y determinar distintos crecimientos exponenciales. Posteriormente y con la ayuda de Geogebra, los estudiantes comparan dos funciones exponenciales de manera más detallada.

40. Formulación de la tarea matemática escolar

En un primer momento, el profesor induce a los estudiantes en el contexto de la producción de yogurt y de cómo la reproducción de las bacterias permite que se presente la fermentación. Luego, el profesor presenta el siguiente contexto.

La producción de yogurt se realiza mediante la fermentación láctica de un cultivo de lactobacilos. En un proyecto realizado para la producción de yogurt, se utiliza una población especial de bacterias (lactobacilos). Estas bacterias duplican su población cada media hora cuando se dispone el tanque a una temperatura de 40°C. Para el inicio de la producción de la cochada de hoy, el profesor adiciona un inóculo de 100 bacterias (lactobacilos).

Si la temperatura en el fermentador se mantiene a 30°C, el inóculo de 100 bacterias adicionado, experimenta el crecimiento que se muestra en la tabla 13.

Tabla 13

Número de bacterias con respecto al tiempo transcurrido en horas

Tiempo (horas)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Número bacterias	100	200	400	800	1600	3200	6400	12800	25600

1. Conforma grupos de tres integrantes y resuelve las siguientes preguntas

a. ¿Cómo influye el aumento de la temperatura en la reproducción de las bacterias?

b. ¿El crecimiento presentado en la población de bacterias hace referencia a un crecimiento lineal, cuadrático o exponencial? ¿Por qué?

c. Un estudiante determina que el crecimiento de los lactobacilos se puede representar a través de la expresión $f(t) = 100 * 2^t$. Sin embargo, cuando el estudiante le pregunta al profesor al respecto, éste le indica que la expresión más adecuada es $f(t) = 100 * 4^t$. En ambas expresiones la variable independiente t se mide en horas. ¿A qué producción se refiere el estudiante y el profesor?

41. Materiales y recursos

En la tarea, seleccionamos el uso de Geogebra como recurso que permite visualizar de manera rápida el crecimiento exponencial dado por la variación de las condiciones en dos fermentaciones. Consideramos que Geogebra contribuye a que el estudiante desarrolle algunas capacidades matemáticas fundamentales. Además, el programa motiva al estudiante a conocer y comprender la función exponencial.

Geogebra permite el empleo del modelo exponencial en diferentes representaciones. Por ejemplo, el estudiante puede realizar la representación gráfica, obtener la tabla e incluso realizar simulaciones de situaciones de crecimiento exponencial. Pretendemos generar valoración e interpretación en los estudiantes. Consideramos que Geogebra permite simular cada una de las posibles hipótesis dadas por los estudiantes al solucionar la tarea propuesta. Geogebra permite que se aumente la interacción y la comprobación de hipótesis de una manera rápida y visible. El recurso le facilita al estudiante visualizar posibles errores cometidos durante la realización de la tarea y agilizar la comprobación.

42. Agrupamiento

Los estudiantes resuelven los tres primeros puntos de manera individual. Mientras que, los estudiantes se organizaran en grupos de dos estudiantes para resolver los últimos dos puntos.

43. Interacción y comunicación en clase

En el primer momento de la clase, los estudiantes interactúan con sus compañeros y con el docente porque trabajaran en grupo. En el segundo momento, los estudiantes trabajan de manera individual. En la solución de los tres primeros puntos, esperamos una fuerte interacción con el docente, quien interviene en los diferentes momentos de la clase. El docente fomenta la interacción de los estudiantes con sus compañeros de clase al comparar resultados. Posteriormente, los estudiantes organizaran grupos pequeños de dos estudiantes, esperamos que intercambien ideas para llegar a una solución común.

44. Temporalidad de la tarea matemática escolar

En el primer momento de la clase, el docente acerca a los estudiantes al contexto de la producción de yogurt mediante la organización de un gran grupo. En un segundo momento, los estudiantes abordaran la solución de los tres primeros puntos de la tarea de manera individual. Posteriormente, los estudiantes se reúnen en grupos de dos para solucionar con la ayuda de Excel los dos últimos puntos de la tarea. Es importante tener en cuenta que se espera siempre la interacción con el docente, y con los compañeros de clase para comparar los resultados obtenidos.

Previsiones de la tarea Producción de yogurt

A continuación, presentamos las previsiones de la tarea producción de yogurt mediante su grafo de secuencias de capacidades y el listado de ayudas.

45. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea cadena de mensajes

En la figura 16, presentamos el grafo de secuencias de capacidades de la tarea denominada producción de yogurt.

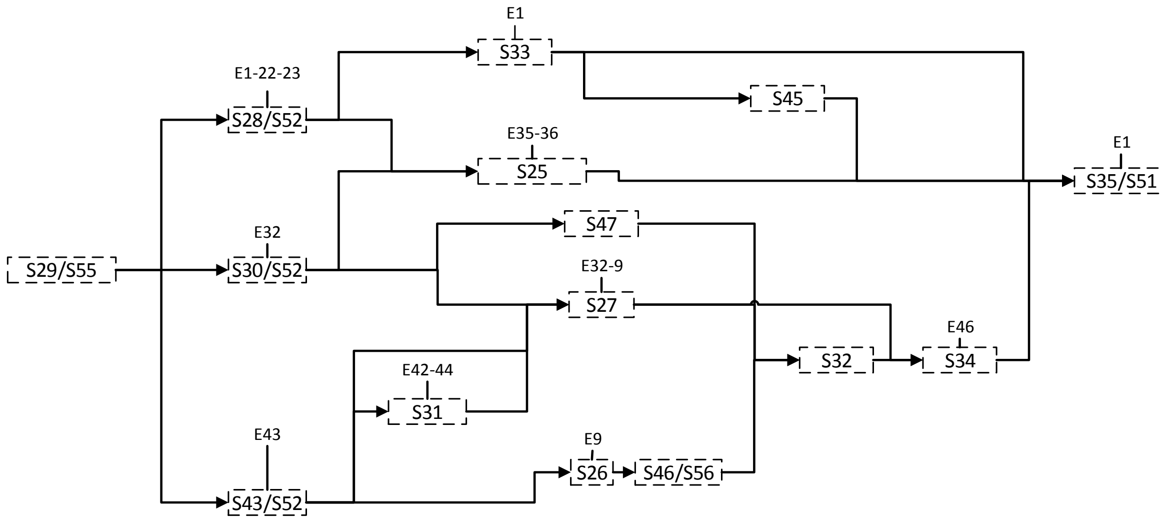

Figura 16. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea producción de yogurt

46. Tabla de ayudas para la tarea cadena de mensajes

En la tabla 14, describimos cada una de las ayudas que proponemos para la tarea producción de yogurt.

Tabla 14

Descripción de las ayudas de las tareas

E	A	Descripción
1	1	¿Se utilizó el curvígrafo para trazar la gráfica?
22	22	Digita una tabla de valores de una función exponencial y genera su gráfico en Excel; luego, observa la figura obtenida
23	23	¿Qué ocurre si asignamos valores más pequeños o más grandes para la función exponencial, a los que están en la tabla y reemplazas para obtener su resultado?
32	32	¿Qué ocurre al establecer cocientes entre las componentes de las parejas ordenadas?

35	35	Consulta la ecuación de la función lineal y establezca que diferencias existen comparada con la función exponencial
36	36	¿La función $f(x) = a^x$ tiene el mismo comportamiento que la función $f(x) = ax$?
42	43	¿Es $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, una función exponencial creciente? En caso afirmativo, su crecimiento es vertiginoso; es decir, ¿crece rápidamente?
43	44	Para la solución del problema, ¿tuviste en cuenta todos los datos suministrados?
44	45	Identifica los parámetros de la función exponencial y caracterícelos por su objetivo dentro de la ecuación
46	47	El grupo interactúa con el docente para aclarar la conexión entre enunciado y respuesta

Nota. E: error; A: ayuda

T3.1 Producción de yogurt y Yogurt de calidad

A continuación, realizamos la descripción de la tarea producción de yogurt.

2. *Requisitos*

En la tarea producción de yogurt, el estudiante debe tener claro el concepto de potencia, ya que con el dato de la duplicación de las bacterias se construye el modelo deseado. El estudiante además debe poseer destreza en el manejo de los sistemas de representación, ya que se espera que emplee varios de ellos.

En la tarea es igual requerido el uso del programa Geogebra. Ya que, creemos que permite visualizar de una manera más efectiva el modelo de la función exponencial estudiada.

47. Metas

Pretendemos que los estudiantes diferencien el crecimiento exponencial de otros crecimientos como el lineal o cuadrático. El estudiante se enfrenta a un reto de describir unas funciones que presentan crecimiento exponencial para que determine las características que la diferencian de otras funciones. De manera análoga. El estudiante se enfrenta a comparar dos funciones exponenciales con un crecimiento diferente con el fin de reafirmar las características del crecimiento exponencial y determinar distintos crecimientos exponenciales. Posteriormente y con la ayuda de Geogebra, los estudiantes comparan dos funciones exponenciales de manera más detallada.

48. Formulación de la tarea matemática escolar

En un primer momento, el profesor induce a los estudiantes en el contexto de la producción de yogurt y de cómo la reproducción de las bacterias permite que se presente la fermentación. Luego, el profesor presenta el siguiente contexto.

La producción de yogurt se realiza mediante la fermentación láctica de un cultivo de lactobacilos. En un proyecto realizado para la producción de yogurt, se utiliza una población especial de bacterias (lactobacilos).

1. Con la ayuda del programa Geogebra o empleando cálculos aritméticos, resuelva la siguiente situación.

El profesor propone a los estudiantes comparar dos situaciones. La primera es una fermentación que se presenta cuando el inóculo inicial son 500 bacterias a una temperatura constante de 30°C. Y la segunda, cuando la fermentación es realizada a 40°C con un inóculo inicial de 100 bacterias.

a. ¿Cuál fermentación presenta mayor número de bacterias a lo largo de las primeras cuatro horas?
b. ¿En cuánto tiempo las dos fermentaciones poseen igual cantidad de bacterias?

c. ¿Cuál fermentación preferiría utilizar para la producción de yogurt? ¿Por qué?

49. Materiales y recursos

En la tarea, seleccionamos el uso de Geogebra como recurso que permite visualizar de manera rápida el crecimiento exponencial dado por la variación de las condiciones en dos fermentaciones. Consideramos que Geogebra contribuye a que el estudiante desarrolle algunas capacidades matemáticas fundamentales. Además, el programa motiva al estudiante a conocer y comprender la función exponencial.

Geogebra permite el empleo del modelo exponencial en diferentes representaciones. Por ejemplo, el estudiante puede realizar la representación gráfica, obtener la tabla e incluso realizar simulaciones de situaciones de crecimiento exponencial. Pretendemos generar valoración e interpretación en los estudiantes. Consideramos que Geogebra permite simular cada una de las posibles hipótesis dadas por los estudiantes al solucionar la tarea propuesta. Geogebra permite que se aumente la interacción y la comprobación de hipótesis de una manera rápida y visible. El recurso le facilita al estudiante visualizar posibles errores cometidos durante la realización de la tarea y agilizar la comprobación.

50. Agrupamiento

Los estudiantes resuelven los tres primeros puntos de manera individual. Mientras que, los estudiantes se organizaran en grupos de dos estudiantes para resolver los últimos dos puntos.

51. Interacción y comunicación en clase

En el primer momento de la clase, los estudiantes interactúan con sus compañeros y con el docente porque trabajaran en grupo. En el segundo momento, los estudiantes trabajan de manera individual. En la solución de los tres primeros puntos, esperamos una fuerte interacción con el docente, quien interviene en los diferentes momentos de la clase. El docente fomenta la interacción de los estudiantes con sus compañeros de clase al comparar resultados. Posteriormente, los estudiantes organizaran grupos pequeños de dos estudiantes, esperamos que intercambien ideas para llegar a una solución común.

52. Temporalidad de la tarea matemática escolar

En el primer momento de la clase, el docente acerca a los estudiantes al contexto de la producción de yogurt mediante la organización de un gran grupo. En un segundo momento, los estudiantes abordaran la solución de los tres primeros puntos de la tarea de manera individual. Posteriormente, los estudiantes se reúnen en grupos de dos para solucionar con la ayuda de Excel los dos últimos puntos de la tarea. Es importante tener en cuenta que se espera siempre la interacción con el docente, y con los compañeros de clase para comparar los resultados obtenidos.

Previsiones de la tarea Yogurt de calidad

A continuación, presentamos las previsiones de la tarea producción de yogurt mediante su grafo de secuencias de capacidades y el listado de ayudas.

53. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea cadena de mensajes

En la figura 16, presentamos el grafo de secuencias de capacidades de la tarea denominada producción de yogurt.

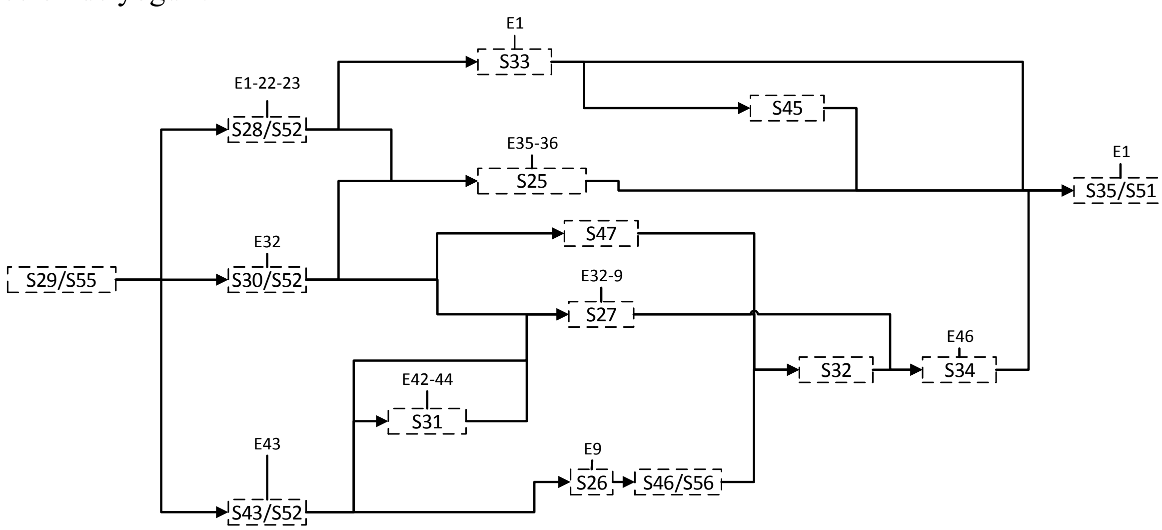

Figura 16. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea producción de yogurt

54. Tabla de ayudas para la tarea cadena de mensajes

En la tabla 14, describimos cada una de las ayudas que proponemos para la tarea producción de yogurt.

Tabla 14

Descripción de las ayudas de las tareas

E	A	Descripción
1	1	¿Se utilizó el curvígrafo para trazar la gráfica?
22	22	Digita una tabla de valores de una función exponencial y genera su gráfico en Excel; luego, observa la figura obtenida

23	23	¿Qué ocurre si asignamos valores más pequeños o más grandes para la función exponencial, a los que están en la tabla y reemplazas para obtener su resultado?
32	32	¿Qué ocurre al establecer cocientes entre las componentes de las parejas ordenadas?
35	35	Consulta la ecuación de la función lineal y establezca que diferencias existen comparada con la función exponencial
36	36	¿La función $f(x) = a^x$ tiene el mismo comportamiento que la función $f(x) = ax$?
42	43	¿Es $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, una función exponencial creciente? En caso afirmativo, su crecimiento es vertiginoso; es decir, ¿crece rápidamente?
43	44	Para la solución del problema, ¿tuviste en cuenta todos los datos suministrados?
44	45	Identifica los parámetros de la función exponencial y caracterícelos por su objetivo dentro de la ecuación
46	47	El grupo interactúa con el docente para aclarar la conexión entre enunciado y respuesta

Nota. E: error; A: ayuda

T3.3 Alcalinidad del suelo
A continuación, realizamos la descripción de la tarea alcalinidad del suelo.

1. *Requisitos*

El estudiante debe haber tenido una fuerte instrucción en funciones. Los conceptos de relación, función y crecimiento de funciones son primordiales para el desarrollo de la función exponencial. La representación de funciones y el manejo de esas representaciones son importantes para la comprensión del modelo exponencial.

55. Metas

Asociamos principalmente la tarea con el proceso de interpretar y valorar según Pisa 2012. Por ello, las preguntas van enfocadas a que el estudiante se cuestione acerca del modelo de crecimiento exponencial. Para el estudiante son relevantes el uso y significado de las representaciones del modelo en la solución de la tarea. Además, el docente induce a que el estudiante relacione el concepto matemático con su propia realidad y con la realidad del entorno.

56. Formulación de la tarea matemática escolar

El profesor induce a los estudiantes a pensar en la importancia del manejo de los suelos. Se conforman grupos de tres estudiantes y se responden las preguntas propuestas.

La acidez y alcalinidad de los suelos controlan sus actividades químicas y biológicas. Estas condiciones inciden en el desarrollo de las plantas, ya que se presenta o no la disponibilidad de ciertos elementos. Existen plantas que se adaptan mejor a ciertas condiciones, mientras que habrá otras plantas mucho más sensibles.

Los suelos neutros se encuentran cuando existe un equilibrio entre los iones $[\![H_3O]\!]^+$(iones hidronio) y los iones $[\![OH]\!]^-$ (iones hidroxilo). Se puede representar el equilibrio entre los iones de hidronio $[\![H_3O]\!]^+$ e hidroxilo $[\![OH]\!]^-$ por su combinación para la formación de agua H_2O. Cuando hay predominio de los iones hidronio se encuentran suelos ácidos, mientras que el predominio de iones hidroxilo corresponde a suelos alcalinos.

Una manera de analizar los cambios experimentados es comparando la concentración de iones $[\![H_3O]\!]^+$ (presentes con respecto al llamado potencial de hidroxilo pOH). En la tabla 15, presentamos la relación existente entre la concentración de iones $[\![H_3O]\!]^+$como variable dependiente y, y el potencial de hidroxilo pOH como variable independiente x.

Tabla 15

Relación entre la concentración de iones (y) y el potencial de hidroxilo (x)

Y	X
0,00000000000001	0
0,0000000000001	1
0,000000000001	2
0,00000000001	3

0,0000000001	4
0,000000001	5
0,00000001	6
0,0000001	7
0,000001	8
0,00001	9
0,0001	10
0,001	11
0,01	12
0,1	13
1	14

a. ¿Considera que la función mencionada es creciente? ¿Qué regularidad observa en los datos presentados en la tabla anterior? ¿Cuál crees que es la tasa empleada en y? ¿Por qué crees que se da esa tasa de crecimiento?

b. Representa en papel milimetrado los datos registrados en la tabla 15.

Conforma grupos de tres estudiantes. Debate con tus compañeros sobre las respuestas a las preguntas y llega a conclusiones en grupo.

c. Utilizando la representación simbólica encontrada en el punto anterior y con la ayuda del deslizador de https://www.desmos.com/calculator/3fisjexbvp gráfica las siguientes funciones:

$f(x) = 1 * 10^{x}$

$f(x) = 1 * 10^{x-14}$

$f(x) = 1 * 10^{x+14}$

¿Realizada la representación qué pudiste concluir sobre la gráfica vista?

De otra parte, en la figura 17, presentamos el cambio de color del papel indicador universal con respecto a la escala de pOH.

Figura 17. Colores del papel indicador universal

Asimismo, la condición del suelo se encuentra determinada por el pOH encontrado, tal como se muestra en la tabla 16.

Tabla 16
Tipos de suelos

Condición del suelo	pOH
Fuertemente ácido	Mayor que 9
Moderadamente ácido	8.5 – 8.9
Neutro	6.7 – 7.4
Moderadamente alcalino	5.5 – 6.6
Fuertemente alcalino (suelos sódicos)	Menor 5.5

Se sabe que existen verduras que crecen bien en suelos ligeramente alcalinos, entre los que se encuentran fríjoles, pepinos, calabazas, calabacines, cebollas, espárragos y maíz dulce. Verduras como el ñame, champiñones y pimientos toleran suelos un poco más alcalinos.

En los suelos moderadamente alcalinos donde predomina normalmente la caliza (suelos con alto contenido de carbonatos y bicarbonatos) se desarrollan plantas como el rosal, el geranio, el boj, aligustre y romero. Mientras que otras como hortensias, azaleas, camelias requieren suelos más neutros para desarrollarse.

Ciertos vegetales prefieren los suelos moderadamente ácidos, tales como frijoles, brócoli, repollo, zanahorias, apio, pepinos, calabaza, maíz dulce, tomates y nabos. En suelos ácidos es recomendable plantar los siguientes frutales: aguacate, arándano, castaño, kiwi y papayo. Algunos vegetales toleran suelos fuertemente ácidos como la batata y el rábano.

d. Si en el sector A del colegio, se encontró un pOH de 13. ¿Qué tipo de plantas esperaría encontrar en el sector A? ¿Qué concentración de iones hidronio presenta el sector A? ¿Si se quisiera cultivar zanahorias y tomates que prefieren un pOH de 9 en qué proporción debería modificarse la concentración de iones hidronio?

57. Materiales y recursos

En la tarea, proponemos utilizar un deslizador con el fin que el estudiante evidencie de manera rápida los cambios que puede sufrir la función exponencial al cambiar sus parámetros. El deslizador tiene un acceso limitado por la disponibilidad de internet. Sin embargo, es una herramienta de rápida y fácil apropiación por parte del docente y de los estudiantes. El deslizador puede llevar a plantear nuevos interrogantes para solucionarlos y confirmarlos de manera oportuna.

Pretendemos utilizar el programa Geogebra para un rápido y eficaz análisis de las representaciones de la función exponencial. El programa es gratuito y de fácil acceso, que requiere un tiempo menor para la comprensión y dominio por parte del docente y estudiantes. Creemos que si los estudiantes utilizan herramientas tecnológicas relacionadas con su entorno despertaran su curiosidad e interés en el estudio del modelo de la función exponencial.

El papel indicador universal es utilizado frecuentemente en las clases de química para el estudio de la acidez o alcalinidad de algunas sustancias químicas. Lo seleccionamos para la realización de la tarea. Puesto que, el programa es de fácil consecución, presenta pronta apropiación, visualiza el modelo exponencial de una función continua. También, observamos que une la clase de matemáticas con la realidad del estudiante, fomenta el análisis de información y aumenta el interés del estudiante por el aprendizaje. Es un recurso ya que no fue pensado para el estudio de las matemáticas. Pero, si el estudiante lo utiliza para medir el pOH de una solución del suelo permite percibir visualmente el cambio exponencial que se presenta en la variable independiente.

58. Agrupamiento

Los estudiantes se organizan en gran grupo para inducir al contexto de la alcalinidad del suelo. De ahí en adelante, la tarea se desarrolla en grupos de tres estudiantes.

59. Interacción y comunicación en clase

Al comienzo, los estudiantes presentan una interacción grupal. Mientras que, el docente hace la introducción al contexto de la alcalinidad del suelo. En un segundo momento, los estudiantes se organizan en grupos de tres estudiantes para realizar el debate para llegar a acuerdos en cada uno de los puntos. Esperamos que haya participación del docente en la interacción con los estudiantes.

60. Temporalidad de la tarea matemática escolar

La tarea se desarrolla en tres momentos de acuerdo con la formulación. En el primer momento, el profesor acerca a los estudiantes al tema de la alcalinidad del suelo y su medición por medio del pOH. En un segundo momento, en grupos de tres los estudiantes solucionan el primer punto de la tarea. En seguida y con la ayuda del deslizador, los estudiantes resuelven el segundo punto. Posteriormente, los estudiantes utilizan Geogebra para contestar el tercer punto en grupos. Finalmente, grupos de tres estudiantes debaten y solucionan el cuarto punto de la tarea.

Previsiones de la tarea alcalinidad del suelo

A continuación, presentamos las previsiones de la tarea crecimiento de población mediante su grafo de secuencias de capacidades y el listado de ayudas.

61. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea alcalinidad del suelo

En la figura 18, presentamos el grafo de secuencias de capacidades de la tarea denominada alcalinidad del suelo.

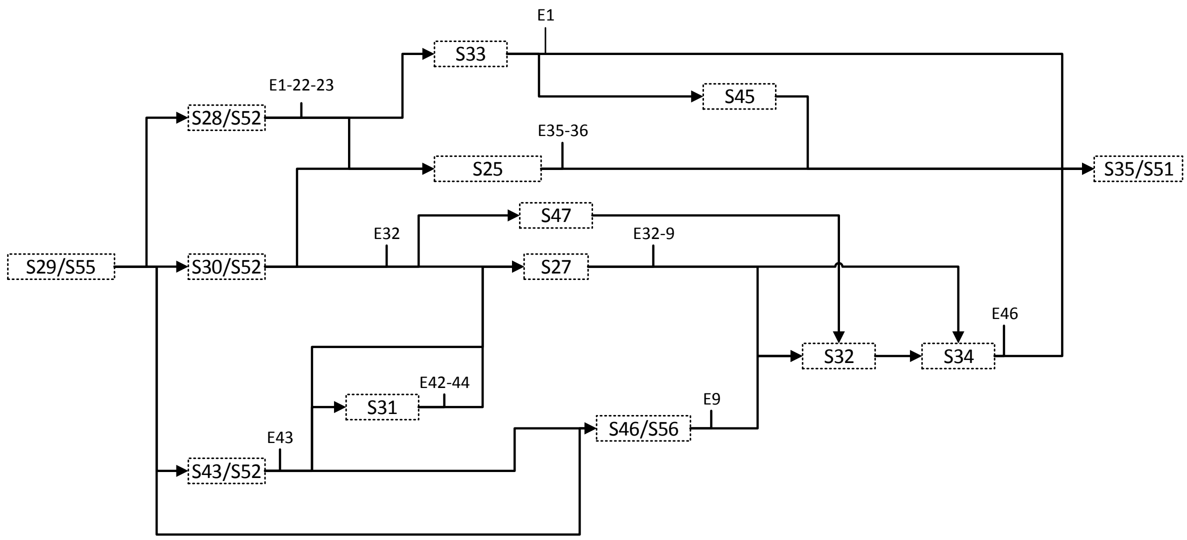

Figura 18. Grafo de secuencias de capacidades de la tarea alcalinidad del suelo

62. Tabla de ayudas para la tarea cadena de mensajes

En la tabla 16, describimos cada una de las ayudas que proponemos para la tarea alcalinidad del suelo.

Tabla 16

Descripción de las ayudas de la tarea alcalinidad del suelo

E	A	Descripción
1	1	¿Se utilizó el curvígrafo para trazar la gráfica?
9	9	¿Al realizar cálculos con la operación aritmética asignada, los resultados son válidos?
22	22	Digita una tabla de valores de una función exponencial y genera su gráfico en Excel; luego, observa la figura obtenida
23	23	¿Qué ocurre si asignamos valores más pequeños o más grandes para la función exponencial, a los que están en la tabla y reemplazamos para obtener su resultado?
32	32	¿Qué ocurre al establecer cocientes entre las componentes de las parejas ordenadas?

35	35	Consulta la ecuación de la función lineal y establezca que diferencias existen comparada con la función exponencial
36	36	¿La función $f(x) = a^x$ tiene el mismo comportamiento que la función $f(x) = ax$?
42	43	¿Es $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, una función exponencial creciente? En caso afirmativo, su crecimiento es vertiginoso; es decir, ¿crece rápidamente?
43	44	¿Para la solución del problema, se tuvieron en cuenta todos los datos suministrados?
44	45	Identifica los parámetros de la función exponencial y caracterízalos por su objetivo dentro de la ecuación
46	47	El grupo interactúa con el docente para aclarar la conexión entre enunciado y respuesta

Nota. E: error; A: ayuda

2. Tareas de evaluación

Planteamos cada tarea de evaluación a partir de una tarea prototípica, que modificamos. Así, garantizamos que al resolverla, el estudiante demuestre su desempeño al abordar todos los caminos de aprendizaje del objetivo. Relacionamos las tareas Población de conejos, Cultivo de bacterias y El político y Daniel, a cada uno de los tres objetivos de la unidad didáctica en su orden. A continuación, presentamos las tareas de evaluación de la unidad didáctica.

Tarea de evaluación 1. La recompensa

> Por tus buenos servicios, un rey le dijo a un caballero: "Puedes tomar hoy una moneda de oro, mañana 2 monedas, pasado mañana 4 monedas y así sucesivamente, cada día puedes tomar el doble de monedas de las que tomaste el día anterior, hasta que llenes esta mochila con las monedas que día a día irás depositando" y le entregó dicha mochila. Suponiendo que cada moneda de oro pesa 2 gramos y que la mochila tiene una capacidad máxima de carga de (Z)kg. Responda las siguientes preguntas. a) ¿Cuántas monedas en total logrará recoger el caballero? b) ¿Cuántos días aproximadamente se tardará en lograrlo? c) ¿Qué tipo de función puedes emplear para representar la situación? d) Emplea un sistema de representación para ilustrar la situación planteada.

Tarea de evaluación 2. Cultivo de bacterias

> Se tiene un cultivo de bacterias en un laboratorio y se sabe que su crecimiento es exponencial. El conteo del cultivo de bacterias fue de 800 después de 1 minuto y 1280 después de 2 minutos.

1. Determina la tasa de crecimiento del cultivo de bacterias y deduce la expresión que representa el crecimiento del cultivo.

2. Ahora, emplea esta información para hallar la cantidad de bacterias que hay para cada uno de los primeros diez minutos, representa los datos en una tabla de valores. Utiliza los datos suministrados para construir una representación matemática del crecimiento del cultivo de bacterias

3. Determina, ¿Cuántas bacterias hay después de 5 minutos? ¿Después de cuánto tiempo el número de bacterias será de 10.000?

Tarea de evaluación 3. El político y Daniel[2]

Daniel, un ciudadano colombiano desempleado, desea obtener algún beneficio económico de las próximas justas electorales. Es así como decide ir donde el candidato político de su preferencia, quien le propone el siguiente trato: en el primer día, el candidato pagará $1.000 por la mañana temprano, pero final del primer día, Daniel debe pagarle una comisión de $100; así, su sueldo neto el primer día será de $900. Al comienzo del segundo día, el candidato duplica el salario neto del primer día; así, al inicio del segundo día, pagará $ 1.800 a Daniel; pero al final del segundo día, Daniel debe duplicar la cantidad que le paga como comisión, es decir le debe cancelar $ 200 al candidato. Así en lo sucesivo hasta llegar el día 15, como se dispone en la tabla 17. Adaptamos el cuento del diablo y Daniel Webster de Stephen Vicente Benet.

Tabla 17
Hoja de actividades

	El político y Daniel	Salario inicial de Daniel	$1.000
		Comisión inicial del político	$100
		Factor	2
Día	Pago de Daniel	Comisión del político	Sueldo neto
1	$1.000	$100	$900
2	1.800	200	1.600
3	3.200	400	
4			
5			

[2] Adaptación realizada de Illuminations: resources for teaching math. Consultado el 20 de enero de 2015 en: http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=1135#

6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

Ahora, resuelve los siguientes cuestionamientos con base en el planteamiento de la situación.

1. ¿Cuál consideras que será el salario que el político pagará a Daniel al empezar el tercer día? Identifica una expresión algebraica con el patrón que permite calcular el dinero que paga el político y la comisión que recibe durante los siguientes días. Apóyate llenando los datos de la tabla 33

2. A partir de la pregunta anterior, analiza la información que completa la tabla 33 y determina si la función es lineal, cuadrática o exponencial. Justifica tu respuesta

3. ¿A quién crees que le favorece más el trato? Explique el por qué

3. Temporalización de la secuencia de tareas de la unidad didáctica

Consideramos que la unidad didáctica se encuentra casi lista. Por consiguiente, mostramos la globalidad de las sesiones de la unidad didáctica en la tabla 18.

Tabla 18
Sesiones de la unidad didáctica función exponencial

Sesión	Actividad	Tiempo estimado
0-A	Presentación del tema	20 minutos
0-A	Realización tarea diagnóstica	80 minutos

Tabla 18
Sesiones de la unidad didáctica función exponencial

Sesión	Actividad	Tiempo estimado
0-B	Realimentación de debilidades detectadas en la revisión de la tarea diagnóstica	80 minutos
1	Presentación del objetivo 1, de los grafos de criterios de logro del objetivo, de la tarea Cadena de mensajes, de la tarea Población de conejos y resolución de las mismas	120 minutos
2	Presentación de los grafos de criterios de logro del objetivo, de la tarea Torres de Hanói y resolución de la misma	120 minutos
3	Presentación del objetivo 2, de los grafos de criterios de logro del objetivo, de la tarea Crecimiento de población y resolución de la misma	100 minutos
4	Presentación de los grafos de criterios de logro del objetivo y de la tarea Crédito estudiantil, y resolución de la misma	100 minutos
5	Presentación del objetivo 3, de los grafos de criterios de logro del objetivo, de la tarea Producción de yogurt y resolución de la misma	80 minutos
6	Presentación del objetivo 3, de los grafos de criterios de logro del objetivo, de la tarea Yogurt de calidad y resolución de la misma	80 minutos
7	Presentación de los grafos de criterios de logro del objetivo 3, de la tarea Alcalinidad y resolución de la misma	100 minutos
8	Realización del examen final	120 minutos
9	Socialización y realimentación de los resultados del examen y de la calificación final	60 minutos
10	Aplicación de plan de mejoramiento para los estudiantes que no alcanzaron el desempeño mínimo	60 minutos